

TD1 : Variables aléatoires et tableur



Version web

Ex 1

Calculs avec une loi normale

CXUp

On suppose que la durée annuelle de travail des personnes non-salariées suit une loi normale d'espérance 2600 heures et d'écart-type de 200 heures.

Quelle est la probabilité pour qu'un non-salarié pris au hasard travaille moins de 3000 heures ? Entre 2500 heures et 2700 heures ? Faire les calculs avec la table de valeurs puis vérifier avec un tableur.

Ex 2

Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.

2Aw2

Un restaurant universitaire qui est visité par 600 étudiants pour le repas de midi offre un choix de deux plats principaux : risotto ou quiche. Dans le passé, on a observé que 40% des étudiants prennent du risotto.

Combien de plats de risotto faut-il prévoir pour que la probabilité qu'il en manque soit inférieure à 10% ?

Ex 3

Lois pour les statistiques

EZfx

La bestiole est un animal dont le poids est distribué selon une loi normale de moyenne 100 g et d'écart-type 5 g.

On prélève un échantillon aléatoire de 16 bestioles. On note X_i le poids de la bestiole numéro i ($1 \leq i \leq 16$).

1. Déterminer la loi suivie par

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{16} X_i}{16}$$

2. Déterminer la loi suivie par

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^{16} (X_i - 100)^2}{25}$$

Déterminer le réel q tel que $P(Q > q) = 0.05$.

3. Déterminer la loi suivie par

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2}{25}$$

puis déterminer le réel v tel que $P(V > v) = 0.05$.

4. Déterminer la loi suivie par

$$W = \frac{(\bar{X} - 100)4\sqrt{15}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2}}$$

Déterminer le réel w tel que $P(W > w) = 0.05$.

Ex 4

Lois pour les statistiques

Jiv8

Soient 9 variables aléatoires indépendantes, normales centrées réduites notées $(U_i)_{1 \leq i \leq 9}$.

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire $X = \sum_{i=1}^9 U_i^2$? Déterminer le réel x tel que $P(X > x) = 0.05$.
2. Soit Y une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne 10 et d'écart-type 3, indépendante de X . Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire $Z = \frac{Y-10}{\sqrt{X}}$? Déterminer le réel z tel que $P(Z > z) = 0.05$.
3. Soit V une variable aléatoire distribuée selon une loi du χ^2 à 3 degrés de liberté, indépendante de X . Quelle est la loi suivie par $W_1 = \frac{X}{3V}$? Quelle est la loi suivie par $W_2 = \frac{3V}{X}$? Déterminer le réel w_2 tel que $P(W_2 > w_2) = 0.05$.

Ex 5

Application du théorème central limite

dHzJ

On considère une production de feuilles cartonnées dont l'épaisseur est modélisée par une variable aléatoire qui a pour espérance 5 mm et pour écart type 0,4 mm.

Considérant un paquet de 100 feuilles choisies au hasard de manière indépendante, comment calculer la probabilité que ce paquet ait une épaisseur comprise entre 49 et 51 cm ?

Techniques de tableur

Version web

Ex 6

Calcul de probabilités

OoHk

A l'aide des formules du tableur, calculer :

1. $P(X \leq 1.2)$ pour X suivant une $\mathcal{N}(0, 1)$
2. $P(X \leq 102)$ pour X suivant une $\mathcal{N}(120, 4)$
3. la valeur t telle que $P(X \leq t) = 90\%$ pour X suivant une $\mathcal{N}(120, 4)$
4. $P(X \geq 40)$ pour X suivant une $\mathcal{N}(50, 3)$
5. $P(90 \leq X \leq 120)$ pour X suivant une $\mathcal{N}(100, 15)$
6. $P(X \geq 5)$ pour X suivant une $\mathcal{E}(1/2)$

7. $P(X = 3)$ et $P(X \geq 2)$ pour X suivant une $\mathcal{P}(1.5)$
8. la valeur t telle que $P(100 - t \leq X \leq 100 + t) = 95\%$ où X suit une $\mathcal{N}(100, 15)$

Ex 7**Loi binomiale sur tableur**

c5jf

A l'aide des formules du tableur, générer une table de probabilité de la loi binomiale $\mathcal{B}(100; 0.4)$ ainsi que les probabilités cumulées. Représenter le résultat obtenu par un diagramme en bâtons. Changer les paramètres de la loi binomiale : les tables et le graphique doivent se mettre à jour automatiquement.

Ex 8**Simulation et classement sur tableur**

HXrf

Simuler 200 fois le tirage au sort d'un élève parmi 13. Représenter graphiquement la répartition des résultats.

Ex 9**Variable quantitative à classer**

t2sS

A partir des données du fichier suivant : ronfle.txt qui résume des relevés effectués lors d'une étude sur le ronflement :

1. Importer les données dans un fichier tableur.
2. Classer la variable «taille» par intervalles de longueur 10 cm.
3. Peut-on dire que les âges sont uniformément représentés dans cette étude ? On pourra justifier la réponse à l'aide d'un histogramme bien choisi.
4. Afficher un graphique représentant la taille en fonction du poids et commenter.
5. Proposer un graphique qui fait apparaître la répartition H/F entre différentes catégories de consommation d'alcool.

Ex 10**Corrélation entre le poids et la taille**

RHhQ

A partir des données du fichier SOCR-HeightWeight.csv et des fonctions du tableur, déterminer tous les indicateurs de position et de dispersion de chaque variable, puis effectuer une analyse graphique et numérique de la corrélation linéaire entre les deux variables. On pourra traduire au préalable les données dans des unités de mesure européennes.