

Analyse asymptotique



Version web

Ex 1

Equivalents : vrai ou faux

dmDL

1. $x + 1 \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} x$

2. $x^2 - x \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} x$

3. $\ln(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(10^6 x)$

4. $x^2 + 2x + 1 \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} x^2 + 2x$

5. $\sqrt{x+1} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1$

6. $x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 2x$

7. $e^x \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} e^{x+10^6}$

8. $e^x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} e^{2x}$

9. $\frac{6x^3+2x}{2x+1} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} 3x^2$

10. $\frac{6x^3+2x}{2x+1} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 2x$

A faire sur Moodle

Ex 2

Equivalents simples

zmLP

Trouver un équivalent simple pour chaque fonction suivante :

1. $\frac{x^2+2x+1}{x^3+x+2}$ en 0

2. $\frac{(x+1)^3}{(2x^4-3x^2+5)^2}$ en $+\infty$

3. $\sin x + \cos x$ en 0

4. $\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}$ en $+\infty$

5. $1 - e^x$ en 0

6. $1 - e^{\frac{1}{x^2}}$ en $+\infty$

7. $x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ en $+\infty$

8. $\frac{\sqrt{x}+1}{2x^2+x}$ en $+\infty$

9. $\sqrt{x} \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ en $+$
 ∞

10. $e^x + \sin(x^3)$ en 0

11. $\ln(\cos(x))$ en 0

Ex 3

Equivalents simples

9Acu

Trouver un équivalent simple pour chaque fonction suivante :

1. $\frac{3x^2-x+4}{2x^3+5x+7}$ en 0

2. $\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$ en $+\infty$

3. $e^x - 1 - x$ en 0

4. $\ln\left(1 + \frac{1}{x^4}\right)$ en $+\infty$

5. $\frac{\sin x - x \cos x}{x^3}$ en 0

6. $\frac{x^3+2\sqrt{x}}{3x^3-x^2}$ en $+\infty$

Ex 4

Equivalents simples

eDzQ

Trouver un équivalent simple quand $n \rightarrow +\infty$ pour chaque suite définie par son terme général ci-dessous :

$$1. u_n = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}$$

$$2. u_n = n + 1 + \ln(n)$$

$$3. u_n = \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$$

$$4. u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$$

$$5. u_n = \ln\left(\frac{n^2+n+2}{n^2+n-1}\right)$$

$$\frac{1+u+2u^2}{1+u-u^2} = 1+3u^2+u^2.\varepsilon(u)$$

$$\ln(1+v) = v - \frac{v^2}{2} + v^2.\varepsilon(v) \quad v \neq 0 \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{1+u+2u^2}{1+u-u^2}\right) = 3u^2 + u^2.\varepsilon(u)$$

$$\text{Ainsi : } \ln\left(\frac{n^2+n+2}{n^2+n-1}\right) = \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^2}.\varepsilon\left(\frac{1}{n}\right) \text{ ou encore } \ln\left(\frac{n^2+n+2}{n^2+n-1}\right) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{3}{n^2}$$

Ex 5

Développement limité

aWAS

1. Donner le développement limité de e^x et de $\sin(x)$ au voisinage de 0 à l'ordre 3.
2. En déduire le développement limité de $e^x \sin(x)$ à l'ordre 3.

i

En développant le produit, certains termes disparaissent du développement limité à l'ordre 3 car ce sont des $o(x^3)$. Précisément, c'est le cas de tous les termes de degré supérieur ou égal à 4.

Ex 6

Développement limité

ZTjz

Donner le développement limité de $\ln(1+x)$ au voisinage de 0 à l'ordre 3. En déduire le développement limité de $(\ln(1+x))^2$ à l'ordre 3.