

Systèmes linéaires



Version web

Ex 1

Résolution de système linéaire

rB1j

Résoudre le système :

$$\begin{cases} 2x + 4y + 3z - t = 5 \\ x + 2y + 4z - 3t = 10 \\ -x + 4y + 3z - 2t = 1 \\ 3x + y - z + 2t = 0 \end{cases}$$

Ex 2

Résolution de système linéaire à coefficients complexes

pWdA

Résoudre le système linéaire à coefficients complexes suivant :

$$\begin{cases} (1+i)x + (1-2i)y + (-1+3i)z = 2+i \\ x - 2y + z = 0 \\ ix + (2-i)y - 2z = 0 \end{cases}$$

Ex 3

Résolution de système linéaire à paramètre

JUo8

Résoudre les deux systèmes linéaires suivants en distinguant les cas selon les valeurs de $\lambda \in \mathbb{R}$ et $m \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} (\mathcal{S}_1) \quad & \begin{cases} x + y + \lambda z = \lambda \\ x + \lambda y - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \\ (\mathcal{S}_2) \quad & \begin{cases} x - 2y + mz = -m - 3 \\ y + z = m + 2 \\ 4x + y + 9z = 5m + 6 \\ x + y + 3z = 2m + 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Ex 4

Résolution de système linéaire à paramètre

w04e

Résoudre le système d'équations suivant, où $x, y, z \in \mathbb{R}_+^*$:

$$(\mathcal{S}) \begin{cases} y^3 \times z^5 = 2x^2 \\ x \times y^4 \times z^3 = 1 \\ x \times z^2 = 3y \end{cases}$$

Ex 5

Système linéaire à paramètre

AcJ1

1. Soit $M_a = \begin{pmatrix} 2a+1 & -a & a+1 \\ a-2 & a-1 & a-2 \\ 2a-1 & a-1 & 2a-1 \end{pmatrix}$, calculer $\det(M_a)$ sous forme factorisée en fonction de $a \in \mathbb{R}$.
2. Déterminer les valeurs de $a \in \mathbb{R}$ pour lesquelles le système $M_a X = \begin{pmatrix} a-1 \\ a \\ a \end{pmatrix}$ admet une unique solution puis la déterminer par les formules de CRAMER.

Ex 6

Résolution de système linéaire à paramètre, homogène et non homogène

2sPY

On considère les systèmes suivants :

$$(\mathcal{S}_m) \begin{cases} (m-1)x + (1-m)y + (m^2-1)z = 0 \\ my + z = 0 \\ (1-m)x - y - z = 0 \end{cases}$$

et :

$$(\mathcal{S}'_m) \begin{cases} (m-1)x + (1-m)y + (m^2-1)z = 1 \\ my + z = 1 \\ (1-m)x - y - z = -2 \end{cases}$$

où $m \in \mathbb{R}$ est un paramètre réel.

1. Déterminer, suivant la valeur de m , le déterminant de la matrice :

$$A_m = \begin{pmatrix} m-1 & 1-m & m^2-1 \\ 0 & m & 1 \\ 1-m & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. En déduire les valeurs du paramètre m pour lesquelles le système $(\mathcal{S}_m)$ admet des solutions non nulles et, dans ces cas, résoudre le système.
3. Trouver les solutions du système $(\mathcal{S}'_m)$ pour $m = 2$ et $m = -1$.

Ex 7

Système linéaire avec trop d'inconnues

E7RW

Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 + a \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}$$